# Analysis-CAS : Regentonne

## 1 Regentonne - Aufgaben

Gegeben ist die Schar der in $\mathbb{R}$ definierten Funktionen $f_k$ mit

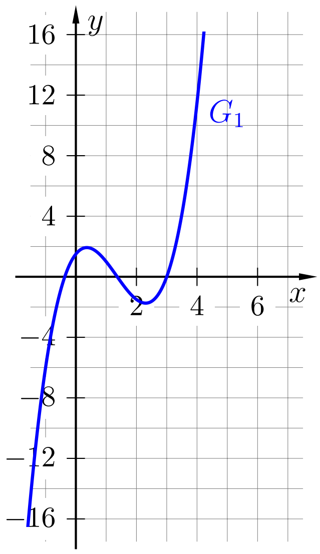
$$f_k(x) = (x-3)\cdot\left(x^2 - k\cdot x - \tfrac{k}{2}\right) \quad \text{und} \quad k \in \mathbb{R}.$$

Der Graph von $f_k$ wird mit $G_k$ bezeichnet. Die Abbildung zeigt $G_1$.

1. *Funktionenschar*

   (a) Bestimmen Sie für $G_6$ die Koordinaten der Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen sowie die Koordinaten der Extrempunkte.
   Skizzieren Sie $G_6$ in der Abbildung.

   (8 P)




   (b) Ermitteln Sie die Koordinaten der Punkte, durch die alle Graphen der Schar verlaufen.

   (4 P)

   (c) Zeigen Sie, dass $G_k$ für jeden Wert von $k$ genau zwei Extrempunkte hat.

   (5 P)

   (d) Jeder Graph $G_k$ hat einen Wendepunkt.
   Ermitteln Sie alle Werte von $k$, für die der Wendepunkt von $G_k$ auf einer Koordinatenachse liegt.

   (4 P)

   (e) Für alle Graphen der Schar wird jeweils die Tangente im Wendepunkt betrachtet. Jede dieser Tangenten schließt mit der $x$-Achse einen Winkel ein.
   Bestimmen Sie die Größe des kleinsten dieser Winkel.

   (5 P)

   (f) $G_6$ schließt für $0 \leq x \leq 3$ ein Flächenstück mit der $x$- Achse und der Geraden $x = 0$ ein. Für $3 \leq x \leq 6$ schließt $G_6$ ein zweites Flächenstück mit der $x$-Achse und der Geraden $x = 6$ ein. Rotieren dieses beiden Flächenstücke um die $x$-Achse, so entstehen zwei Körper.
   Bestimmen Sie die Volumina der beiden Körper.

   (2 P)

(g) Beurteilen Sie die folgende Aussage:

*"Rotieren zwei Flächenstücke gleichen Inhalts um die $x$-Achse, so stimmen die Volumina der beiden entstehenden Körper überein."*

(3 P)

*Lösung für TI-Nspire CX* *Lösung für Classpad*

Hinweis:
Mit gleichzeitigem Drücken von $\boxed{Strg}$ und *Lösung* bzw. $\boxed{Ctrl}$ und *Lösung* wird die Lösung in einem neuen Tab angezeigt.

2. *Wassermenge einer Regentonne*

Die Funktion $f_1$ beschreibt nun für $0 \le x \le 3$ die momentane Änderungsrate der Wassermenge in einer großen Regentonne. Dabei steht $x$ für die Zeit in Stunden nach Beobachtungsbeginn um $12{:}00$ Uhr und $f_1(x)$ für die momentane Änderungsrate in $\frac{m^3}{h}$.

(a) Berechnen Sie das Integral

$$\int_0^3 f_1(x)dx$$

und interpretieren Sie den Integralwert im Sachzusammenhang.

(2 P)

(b) Um $12{:}15$ Uhr enthält die Regentonne $0.8\ m^3$ Wasser.
Bestimmen Sie die maximale Wassermenge, die sich in der Zeit zwischen $12{:}00$ Uhr und $15{:}00$ Uhr in der Regentonne befindet.

(4 P)

*Lösung für TI-Nspire CX* *Lösung für Classpad*

3. *Zwei Regentonnen*

Betrachtet werden nun zwei zu Beginn der Beobachtung leere Regentonnen $T_1$ und $T_2$. Die Funktionen $f_{k_1}$ und $f_{k_2}$ mit $k_1 < k_2$ beschreiben für $0 \le x \le 3$ die momentanen Änderungsraten der Wassermenge der Tonne $T_1$ bzw. $T_2$.
Bestimmen Sie den Zeitpunkt, für den der Füllmengenunterschied zwischen den beiden Tonnen maximal ist.

(3 P)

*Lösung für TI-Nspire CX* *Lösung für Classpad*